SESIÓN 9

DEFINICIÓN Y ENFOQUES DE LA PROBABILIDAD

I. CONTENIDOS:

1. Probabilidad.
2. Fenómenos deterministas y aleatorios.
3. Espacio muestra y evento.
4. Probabilidad según el enfoque clásico y el enfoque de frecuencia relativa.

II. OBJETIVOS:

Al término de la Sesión, el alumno:

- Comprenderá el concepto de probabilidad.
- Determinará el concepto de espacio, muestra y evento.
- Calculará de probabilidades en sus diferentes enfoques.

III. PROBLEMATIZACIÓN:

Comenta las preguntas con tu Asesor y selecciona las ideas más significativas.

- Al lanzar una moneda, ¿cuántas probabilidades hay que caiga águila?
- Si lanzamos un dado, ¿cuál es la probabilidad de que caiga un seis?
- ¿De qué dependen las probabilidades en los ejemplos anteriores?

IV. TEXTO INFORMATIVO-FORMATIVO:

1.1.Probabilidad

La teoría de la probabilidad sustenta a la estadística inferencial mencionada en la primera clase. Cuando un suceso puede ocurrir de diferentes maneras y no tenemos la certeza de cuál de esas formas es la que va a manifestarse, entonces estamos frente a un fenómeno aleatorio. La probabilidad se encarga de estudiar los fenómenos aleatorios.

2.1. Fenómenos deterministas y aleatorios

Los fenómenos son todo aquello que pueden registrar nuestros sentidos, nuestra conciencia estudia la realidad. Algunos de los fenómenos pueden predecirse, por ejemplo si se derrama agua sobre las hojas de un libro, éstas se mojarán. Cuando somos capaces de conocer de antemano el resultado de un fenómeno, entonces estamos frente a un fenómeno determinista. Pero si no podemos saber que ocurrirá en alguna otra manifestación en nuestro entorno, entonces presenciamos un fenómeno aleatorio. Un ejemplo de fenómeno aleatorio puede ser dejar caer un dado y preguntarse qué cara del dado quedará hacia arriba, no lo sabemos con certeza puede quedar hacia arriba cualquiera de sus seis caras.

3.1. Espacio muestral y evento

Se llama **espacio muestral** al conjunto de todas las posibles formas de cómo puede ocurrir un fenómeno aleatorio. El resultado que se manifiesta o que esperamos se llama **evento**. Para expresar el espacio muestral de un fenómeno aleatorio se recomienda usar un **diagrama de árbol** que es una representación gráfica de las diferentes maneras en que pueden manifestarse los eventos de un fenómeno aleatorio. Para construir el diagrama de árbol se establecen en filas o columnas las diferentes etapas del fenómeno aleatorio y en ellas las diferentes maneras de cómo pueden ocurrir; luego se unen con líneas y al final de cada línea se expresa la combinación resultante.

4.1. Probabilidad según el enfoque clásico y el enfoque de frecuencia relativa

La probabilidad de ocurrencia de un evento se expresa con un número que puede ser porcentaje, un número decimal, o una fracción. Para el primer caso la probabilidad está restringida a valores mayores o iguales que cero, pero menores o iguales que cien. En el segundo caso, la probabilidad estará entre el número cero y el número uno incluyéndolos. En la última manera, la fracción debe tener como cociente un número como el del segundo caso.

Se dice que un conjunto de eventos son mutuamente excluyentes, si la ocurrencia de uno impide que los otros se manifiesten; es decir, la ocurrencia de uno excluye a las de los restantes. Por ejemplo, al lanzar una moneda, una vez que queda quieta en el suelo se tiene un solo resultado asociado con la cara de la moneda que quedó hacia arriba; si ocurre el evento "águila" se excluye el evento "sello"

Si dos eventos son mutuamente excluyentes y exhaustivos (sólo puede haber esos eventos) la probabilidad de que ocurra cualquiera de los dos es igual a la suma de sus probabilidades que debe ser uno o el cien porciento. Pero si no son exhaustivos y sí mutuamente excluyentes, entonces la probabilidad de que ocurra cualquiera de ellos es igual a la suma de sus probabilidades.

Si no son mutuamente excluyentes, la probabilidad de que ocurra cualquiera de ellos es igual a la suma de sus probabilidades menos la probabilidad de que ocurran los eventos de manera simultánea.

La ley de los grandes números también conocida como teorema de Bernoulli, del matemático suizo Jacobo Bernoulli (1654 – 1705) establece que la probabilidad de un evento es la frecuencia con que ocurre en un gran número de repeticiones. Esto significa que si se lanza un dado sobre una mesa un gran número de veces, el número de repeticiones para cada cara será muy próximo entre sí. Entonces la probabilidad de que resulte cualquiera de las caras es la misma.

La **probabilidad** en el enfoque clásico se puede definir como el cociente del número de casos esperados entre el número de casos que pueden ocurrir.

Ejemplo 1 Determinar el espacio muestral del experimento "lanzar dos dados" y calcular la probabilidad de que:

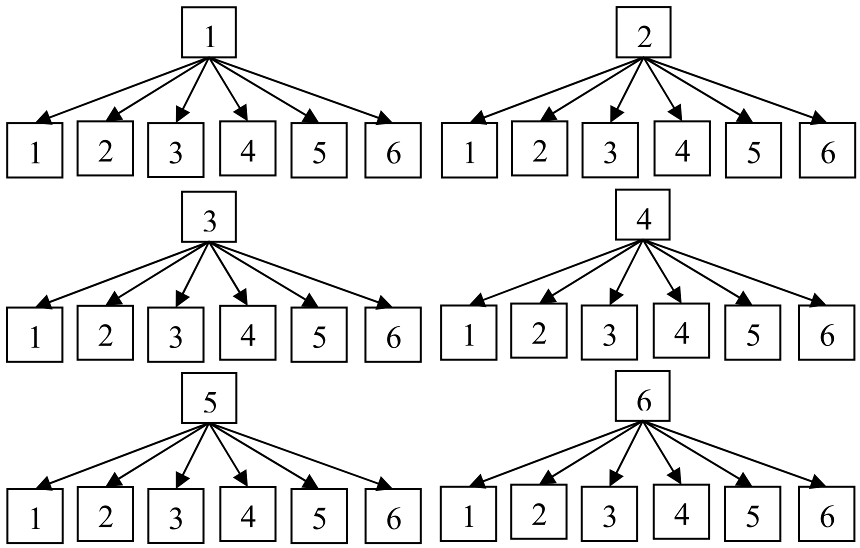
a) La suma de los números sea menor que seis.
b) La suma de los números sea un número primo.

El espacio muestral se construye con la ayuda de un diagrama de árbol, en él se indica la cara que queda hacia arriba del primer dado y luego se asocian los posibles resultados del otro dado, uniendo todo con líneas, como se puede apreciar en la figura.

Después se expresa el espacio muestral con las diferentes combinaciones que resultaron del diagrama de árbol. El número de combinaciones es el tamaño del espacio muestral o el total de los casos que pueden ocurrir.

Para calcular las probabilidades que se piden, se suman todos los posibles resultados y se cuentan los casos que concuerdan con la cuestión que se hace.

Recuerda que los números primos son aquellos que admiten sólo dos divisores diferentes.



El espacio muestral es:

(1, 1)	(2, 1)	(3, 1)	(4, 1)	(5, 1)	(6, 1)
(1, 2)	(2, 2)	(3, 2)	(4, 2)	(5, 2)	(6, 2)
(1, 3)	(2, 3)	(3, 3)	(4, 3)	(5, 3)	(6, 3)
(1, 4)	(2, 4)	(3, 4)	(4, 4)	(5, 4)	(6, 4)
(1, 5)	(2, 5)	(3, 5)	(4, 5)	(5, 5)	(6, 5)
(1, 6)	(2, 6)	(3, 6)	(4, 6)	(5, 6)	(6, 6)

La suma de los puntos es:

2	3	4	5	6	7
3	4	5	6	7	8
4	5	6	7	8	9
5	6	7	8	9	10
6	7	8	9	10	11
7	8	9	10	11	12

Para el inciso a), en 10 eventos la suma de los números es menor que seis por lo que:

$$P = \frac{10}{36} = \frac{5}{18} = 0.2777 = 27.77\%$$

Para el inciso b), los eventos en los que se obtiene un número primo son 15:

$$P = \frac{15}{36} = \frac{5}{12} = 0.4166 = 41.66\%$$

Las probabilidades a favor o en contra se utilizan como una valoración basada en la experiencia, se llaman también probabilidades subjetivas. Se emplean números enteros que indican la proporción de la probabilidad para acertar y la probabilidad para no acertar.

Ejemplo 2 Si se tiene un mazo de 52 naipes perfectamente barajado, y luego se extrae una carta, ¿Cuál es la probabilidad a favor o en contra de extraer un as?

Primero se determina la probabilidad de extraer un as, como son 52 naipes y de ellos sólo 4 son ases, entonces la probabilidad es de:

$$P = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

Luego, hay un evento mutuamente excluyente y exhaustivo, el de no sacar un as, por lo dicho anteriormente la suma de las dos probabilidades debe ser uno, entonces:

$$P = \frac{48}{52} = \frac{12}{13}$$

Para calcular las probabilidades subjetivas se divide la mayor probabilidad entre la menor:

$$P = \frac{\frac{12}{13}}{\frac{1}{13}} = \frac{12}{1}$$

Entonces la probabilidad de obtener un as, al escoger al azar una carta de una baraja de 52 naipes, está en contra 12 a 1

La probabilidad según el enfoque de la frecuencia relativa establece que, en una distribución donde las categorías de una variable se asocian con una frecuencia relativa, según las veces que se registró la repetición de la categoría, esa frecuencia relativa es la probabilidad de que se manifieste la categoría de la variable.

V. ESTRATEGIAS CENTRADAS EN EL APRENDIZAJE:

A. **Contesta lo siguiente:**

1. Los asegurados de una compañía se clasifican por:
   - Edades, menos de 30 años (A_1); de 30 a 45 (A_2) y más de 45 (A_3).
   - Estado civil, solteros (S), casado (C), viudo (V).
   - Por sexo: masculino (M) y femenino (F).

¿Cuál es el espacio muestral del experimento; "clasificar las pólizas de los asegurados"?

2. Juan tiene cinco cartas marcadas 1,2,3,4, y 5; María tiene cinco cartas marcadas también 1,2,3,4, y 5. Si cada quien saca una carta. ¿Qué probabilidad hay de que las dos salgan con números que sumen menos de 8?